До тлумачення аномалій геоїда

© Ю.І. Дубовенко, 2008
Інститут геофізики НАН України, Київ, Україна
(представлено академіком НАН України В.І. Старостенком)

Проиллюстрирован характер взаимосвязи гравитационного поля, полученого из модели EGM-96 с ундуляциями геоида на примере рассчитанного прогиба геоида вследствие землетрясения на Суматре, и на примере уточнения по известным аномалиям геоида параметров точечных источников плотностных аномалий в северной Атлантике.

Для оценки влияния временных вариаций гравитационного поля вследствие динамики движения планеты по орбите предложены релятивистские выражения увеличения массы и полной энергии тела в гравитационном поле. В районах высокоградиентного поля величина флуктуаций полной энергии сопоставима с погрешностями наблюдений Δg . Расчеты по формулам затруднены из-за различия существующих референц-систем.

Character of the relations of the model EGM-96 gravity with the geoid's undulations are illustrated by means of example of the geoid's sagging computed after the earthquake on Sumatra and of example of revision of the parameters of density anomalies point sources in northern Atlantic by the known geoid's anomalies.

To assign the influence of the time variations of gravity due to planet orbiting dynamics the relativistic expressions of the mass and bodies total energy increasing in gravity field are formulated. In areas of highly gradient gravity the quantity of the full energy fluctuations is comparable with observation errors of Δg . Practical computing by the formulas is obstructed because of difference of the existing reference systems.

Нерівномірний розподіл материків, рельєфу їх поверхні і тяжіючих мас в надрах Землі спричиняє помітне відхилення земної поверхні від геоїда, що відображається в зовнішньому гравітаційному полі Землі (нехтуючи впливом обертання Землі, припливних хвиль і океанічних течій). Відхилення гравітаційного потенціалу Землі від потенціалу точкової маси є наслідком відхилення геоїда від сфероїда. Інформація про детальний розподіл потенціалу зовнішнього гравітаційного поля є важливим джерелом інформації про розподіл мас при побудові густинних моделей кори і верхньої мантії Землі. Форма поверхні геоїда під материками непідвладна математичній формалізації, а характеризується допоміжною поверхнею – квазігеоїдом Молоденського, відхилення якого від геоїда (кілька см на рівнинах і до 3 м в горах) визначає вираз [1]: $\Delta=\frac{\gamma_m-g_m}{g_m}H$, де γ_m і g_m – середні значення реальної і нормальної сили тяжіння для точкової маси m на поверхні Землі на висоті H над поверхнею квазігеоїда. Геоїд ундулює відносно реальної поверхні Землі залежно від густини геологічного середовища, змінюючи поверхню внаслідок значних землетрусів та розтягнутих в часі тектонічних процесів.

Нині одним з провідних методів вивчення гравітаційного поля землі і динаміки морського геоїда є супутникова альтиметрія, яка поряд з уточненням аномалій сили тяжіння надає можливість уточнення детальної структури геоїда і наземної топографії. Поєднання даних інтегрованої бази даних супутникової альтиметрії з цифровою базою даних топографії земної поверхні[1] ETOPO 2' дозволяє вивчати структуру розломних зон і літосфери, шельфових родовищ вуглеводнів, динаміку підводних вулканів, тощо. Поверхню геоїда розраховують за значеннями аналітичної моделі гравітаційного потенціалу планети відносно фіксованої зовнішньої точки P , який чисельно знаходять за допомогою розкладу гравітаційного потенціалу в ряд за сферичними функціями [2] з уточненими параметрами земного еліпсоїда WGS 84: a = 6378137 м – екваторіальний радіус, $f=GM$ = $3986004.418\cdot10^8$ м^3/с^2 – геоцентрична

[1] Їх фрагменти можна знайти у відкритому доступі на сайтах http://www.wdcb.ru/ALTIM/ та http://topex.ucsd.edu.

гравітаційна стала, $J_2=108263\cdot 10^{-8}$ – стала, що відповідає за стиск планети. Відхилення, що відповідають гармонікам високого порядку, в цій моделі задані точковими джерелами з врахуванням глобальної симетрії поля вздовж осі обертання еліпсоїда.

Залежно від вирішуваних задач, пред'являють різні вимоги до детальності вихідних даних, числа членів розкладу і вихідних параметрів, проте з ростом ступеня і порядку розкладу знижується точність визначення його коефіцієнтів. Збудовано багато моделей гравітаційного поля Землі різного ступеня точності; для опису регіонального поля достатньо моделі ступеня і порядку не більше 36, а для потреб наземної геодезії вистачає і гармонік 18-го ступеня та порядку [3]. Найдетальнішою є модель EGM-96 для еліпсоїда WGS-84, отримана з розкладу в ряд сферичних гармонік до 360-го члена і 360 порядку, що описані 130317 коефіцієнтами [4]. Точніші розрахунки гравітаційного поля Землі вимагають врахування гравіаномалій, представлених в даній моделі коефіцієнтами C_n, обчислюваними з формули $C_n=\gamma^{-2}(n-1)\sum_{m=0}^{n}\left(C_{nm}^2+S_{nm}^2\right)$, де γ = 979764,4656 мГал – середнє значення нормальної сили тяжіння для еліпсоїда WGS-84 [5].

Модель гравітаційного поля EGM-96 є основоположною для розрахунку координат точок поверхні геоїда в просторових полярних координатах за формулою Брунса, яка для цієї моделі має вид:

$$N=\frac{f}{r\gamma_0}\left[1+\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{a}{r}\right)^n P_{nm}(\sin\phi)\left(C_{nm}\cos m\lambda+S_{nm}\sin m\lambda\right)\right],$$

де γ_0 – нормальна сила тяжіння, N – висота геоїда над поверхнею земного еліпсоїда. Проте модель EGM-96 [4] розраховано за сферичною гармонічною моделлю зовнішнього гравітаційного потенціалу Землі без належного врахування сферично-несиметричної частини поля [6], тоді як в кінці 70-х рр. XX століття в [7] поєднано обидва загальновідомі підходи – аналітичний і чисельний – розрахунку поля сили тяжіння. Сферично-симетрична частина подана рядом за сферичними функціями, а відхилення (гармоніки високого порядку) – точковими джерелами.

Останні праці [8-11] в цій сфері пов'язані з обробкою результатів точного вимірювання гравітаційного поля за результатами місій супутників GRACE і CHAMP за 2002-2004 рр. Зокрема, збудовано нову модель геоїда [11] і карту *розподілу гравітаційного поля Землі в динаміці*, на якій відображено всі переміщення води у світовому океані, які відбуваються через зсуви речовини в товщі Землі, і, за належної детальності, – відбито всі зміни форми геоїда. Рис. 1 [12] ілюструє за даними супутника GRACE картографічні моделі GGM02 зміни аномалій гравітаційного поля в мГал на поверхні Землі в часі з 4 квітня 2002 р. по 31 грудня 2003 р. Модель аномалій геоїда [13], отримана в рамках місії GRACE нині є найточнішою: похибка обчислень перевищень ε_Δ не перевищує 0.3 м (рис. 2).

Автор аналізу [13] доводить, що аномалія геоїда є суперпозицією трьох компонент: у високочастотній (короткохвильовій, за англомовною термінологією) відображені основні геотектонічні елементи земної кори, в середньочастотній – будова верхньої мантії в областях сейсмотектонічної активності, а низькочастотна „відповідає" за ступінь деформації земного еліпсоїда за умов зміщення географічних полюсів на 10´. Чітко виявлена тісна кореляція локальних аномалій геоїда з локальними ізостатичними аномаліями сили тяжіння, а регіональних аномалій геоїда – зі структурними особливостями верхньої мантії (на прикладі України). Загальна форма геоїда відбиває глибинні (понад 500 км) варіації густини в мантії. З метою підсилення дрібномасштабних

особливостей геоїда його високочастотні аномалії, отримані з супутникових спостережень, перетворюють в гравіаномалії за формулою Стокса або Лапласа [5] (через похідні за висотою геоїда, саме так отримана карта Сандвелла-Сміта морських гравіаномалій).

Цифрові бази даних альтиметрії ETOPO 2` дають змогу уточнити розподіл рельєфу дна, в якому відображена вся еволюція океанів, в тому числі й сучасна геодинаміка. В роботі [14] засобами статистичного аналізу виявлено глобальну симетрію (щодо площини тектонічного екватора, нахиленого до географічного під кутом 44º) й асиметрію (щодо осі обертання і географічного екватора) в розподілі рельєфу дна океанів в рівноплощинній картографічній проекції Ламберта. Максимальне відхилення площини тектонічного екватора від площини географічного екватора в східній півкулі за величиною і напрямом співпадає з довжиною і напрямом хребта на 90-му градусі в Індійському океані (тут існує максимальна аномалія рельєфу континентів). Пряма, що утворена перетином площин симетрії і антисиметрії, є віссю антисиметрії глобального рельєфу (рис. 3). Еволюція океанів стверджується як єдиний геотермічний процес, а проілюстрована теплова рівновага океанів заперечує подальший масштабний спрединг. У висновках праці [13] в частині, що стосується тлумачення компонент аномалій геоїда, на нашу думку, варто врахувати виявлену в [14] глобальну симетрію розподілу води і суші на планеті, тим паче, що вона однозначно проявляється як у відображенні в частотних компонентах аномалій геоїда, так і в схемі основних тектонічних елементів Землі (рис. 4). Варто зауважити, що прямокутна картографічна проекція є найлегшою для картографічного супроводження локальних і регіональних побудов (в тому числі і тектонічних), проте малопридатна для аналізу глобальної симетрії рельєфу геоїда. Оскільки ми поки що не маємо змоги спроектувати карти аномалій сили тяжіння і геоїда на кулю (перше наближення форми геоїда), то з метою мінімізації спотворень в рамках глобальних побудов, очевидно, доцільно користатись косою рівноплощинною проекцією Ламберта з урахуванням основних мобілістських положень сучасної тектоніки. Ілюстрація законів симетрії в проекції Ламберта буде більш наочною і зрозумілою.

Яскраво взаємозв’язок гравітаційного поля і геоїда ілюструється наслідком 9-бального землетрусу на о. Суматрі (Півд.-Східна Азія) 26 грудня 2004 р. Ця подія залишила “шрам” у гравітаційному полі Землі і змінила рельєф дна Індійського океану, утворивши рубець довжиною ~ 1000 км і висотою ~ 6 м. При цьому геоїд, за нашими оцінками, мусив прогнутися на N=18,07 мм (рис. 5). Дійсно, нехтуючи впливом кутового прискорення $k\omega^2 a$ сили тяжіння, найпростіший взаємозв’язок між аномаліями сили тяжіння Δg і ундуляціями геоїда N з довжиною хвилі $\lambda = 2\pi R / n$ задає формула:

$$\Delta g = \frac{2\pi\gamma_0 N}{\lambda} = \frac{\gamma_0 N n}{R} \qquad (1)$$

де γ_0 = 979764,4656 мГал – середнє значення земної сили тяжіння, R =6378137 м – середній радіус Землі, n = 360 – порядок сферичної гармоніки (для моделі поля EGM-96[2]), $\lambda \approx 111,195$ км [5]. Звідси отримуємо $N = \frac{\Delta g \lambda}{2\pi\gamma_0}$, або, врахувавши λ, $N = \frac{\Delta g R}{\gamma_0 n}$. Взявши осереднене в одноградусній трапеції значення сили тяжіння з бази даних ETOPO 2` для регіону Суматри, отримуємо

[2] Порівняно з попередніми моделями уточнено значення γ_0, R, n, що входять до формули (1), що дало змогу уточнити значення N, в конкретному випадку (для прогину на Суматрі) більш, ніж на 0,5 мм.

вищезгадану оцінку.

Щоб прояснити методику оцінки аномалії геоїда, скористаємося аналітичними виразами з роботи [15]. В цій роботі запропоновано спосіб побудови аналітичної моделі поля на основі *спільної інтерпретації* даних ундуляцій геоїда і аномалій сили тяжіння, який дозволяє врахувати сферично-несиметричну частину поля сили тяжіння на основі його точкової моделі. Припускаючи, що ундуляцію геоїда N і приурочену до неї аномалію сили тяжіння Δg викликає одна й та ж точкова маса Δm на глибині r, і розв'язуючи систему рівнянь відповідних аномалій потенціалу та сили тяжіння, автор отримує формули для оцінки параметрів маси Δm та глибини залягання r точкового джерела[3], пов'язані з величиною ундуляцій геоїда N та гравіаномалій Δg :

$$r=\frac{\bar{\gamma}_0 N\cos\beta}{\Delta g}, \qquad \Delta m=\frac{\left(\bar{\gamma}_0 N\cos\beta\right)^2}{f\Delta g}=\frac{r^2\Delta g}{f}, \qquad (2)$$

де $\bar{\gamma}_0$ – нормальне значення сили тяжіння, взяте посередині перевищення N, β – кут між нормалями до геоїда та референц-еліпсоїда (т. зв. відхилення виска). За виразами (2) автор пропонує оцінювати параметри розподілу мас в глобальних геогустинних моделях і уточнювати точкові моделі сферично-несиметричної компоненти гравітаційного поля Землі.

До речі, при підстановці виразу (1) в значення (2) отримуємо для точкової маси Δm простішу оцінку, незалежну від величини сили тяжіння Δg, але дає порівняно з (2) менш точні результати:

$$\Delta m=\frac{\bar{\gamma}_0 NR\cos^2\varepsilon}{nf}. \qquad (2')$$

Її можна використовувати для обчислення граничних значень мас (апріорних обмежень) на конкретній площі.

Для наведених в праці [15] оцінок параметрів глибинних неоднорідностей південно-західної частини Північноамериканської котловини в Атлантиці нам вдалось уточнити параметри r і Δm шляхом точнішого розрахунку ундуляцій геоїда N згідно формули (1). Отримані нами параметри порівняно з наведеними в [15], а також відносний рівень уточнення ілюструє табл. 1:

Табл.1. Уточнення параметрів аномальних точкових джерел в Північноамериканській котловині Атлантики.

№	N, м	Δg, мГал	r, км	Δm, кг	r отн, Δm отн
1.	-52	-40	909	$-6{,}939\cdot10^{18}$	3,58%
2.	-53	-30	1106	$-8{,}442\cdot10^{18}$	2,33%
1’	-52,33	-40	914,55	$-7{,}021\cdot10^{18}$	1,2%
2’	-54,24	-30	1131,79	$-8{,}065\cdot10^{18}$	4,7%

Значення Δg взято з атласу гравіметричних карт Атлантичного океану за 1984 рік; при отриманні уточнених значень Δg за даними супутників інші параметри точкових аномалій теж зазнають відповідних змін. Точність сучасних

[3] Ундуляції геоїда та аномалії сили тяжіння задаються в осередненні в мережі одноградусних трапецій, як, наприклад, в моделі ETOPO 2`.

даних супутникової альтиметрії складає 5 мГал при просторовому розділенні 20 км, що достатньо для отримання геоїда потрібної точності на морських акваторіях, але, на нашу думку, недостатньо для регіональних побудов на суші.

Згаданий прогин на Суматрі, як і аномалії геоїда в північній Атлантиці, мав би зафіксувати за відхиленням гравітаційного поля запущений у 2007 році супутник GOCE[4] (Gravity Field and Ocean Circulation Explorer), проте публікації на цю тему нам невідомі. Ця оцінка зайвий раз підкреслює, наскільки точним має бути геоїд для того, щоб отримувані з нього аномалії сили тяжіння представляли інтерес для промислової геофізики, а не лише для задач вищої геодезії.

Часові зміни сили тяжіння викликані або земними припливами і варіаціями обертання Землі, або перерозподілом внутрішніх мас. Перші мають систематичний короткоперіодичний характер, очевидний з повторних спостережень, і при сучасній точності спостережень легко враховуються спеціальними засобами [16], а моніторинг змін в розподілі внутрішніх мас є окремою складною задачею. Ці зміни, спричинені внутрішньою геодинамікою земної кори (землетруси й активний вулканізм), цікаві як передвісники цих явищ. Моніторинг варіацій Δg до і після активної фази створить базу для розробки динамічних моделей накопичення-розрядки напруг при землетрусах та міграції магми і варіацій густини у вулканічних районах; в нашій країні такий моніторинг доцільно розгорнути в Карпатах.

При застосуванні виразів (1-2) для отримання точніших глобальних оцінок внутрішньої будови Землі варто враховувати так звані непрямі ефекти (варіації сили тяжіння $\delta\Delta g=-0,3086N$ внаслідок ундуляцій геоїда[5], які сягають до 30 мГал на глобальній мережі) [5], та деякі тонкі ефекти, пов'язані з динамікою руху планети по орбіті і флуктуаціями поверхні геоїда. Практично ж у високочастотних (короткохвильових, з λ <100 км) компонентах аномалій геоїда, які використовують для аналізу локальних особливостей геоїда (наприклад, території України), недоцільно враховувати такі ундуляції геоїда через високий ступінь їх гладкості (внаслідок малого градієнта $\delta\Delta g$ це призведе до несуттєвого для практики уточнення Δg).

Через гладкість геоїда в областях малої міри слід послуговуватись в процедурах редукцій сили тяжіння величиною висоти еліпсоїда h , а не перевищень геоїда H , щоб не вносити похибок в редуковані значення Δg . Пояснюється це тим, що в геодезії, звідки поправки за висоту точки спостереження запозичені геофізиками, виміряні значення Δg потрібні для визначення форми геоїда, для чого їх і редукують з поверхні Землі на рівень моря (припускаючи, що його поверхня співпадає з геоїдом). Тому в таких редукціях геодезисти використовують топографічні висоти (перевищення над геоїдом), отримані з нівелювання, замість висоти над еліпсоїдом. В геофізиці значення $\Delta g_{ij}=A_{ij}\zeta_{ij}$ необхідні для вивчення густинної будови $\zeta(\xi_i,\eta_j)$ всередині планети, тому гравіаномалії трактують як різницю між спостереженим значенням $\Delta\tilde{g}=\Delta g+\delta_g$ і нормальним значенням γ , обчисленим для референц-еліпсоїда за однією з відомих міжнародних формул. При цьому неявно допускають, що редукція "у вільному повітрі" вимітає маси, що лежать під поверхнею вимірювань – вище поверхні геоїда (топографічні висоти рельєфу), на поверхню геоїда, тобто має справу з перевищеннями над геоїдом *H*, а не над еліпсоїдом h . Іншими словами, вважається, що рівень геоїда перевищує

[4] Його апаратура дозволяє вимірювати аномалії поля сили тяжіння з точністю 1 мГал, перевищення геоїда – з точністю 1-2 см при просторовому розділенні в 100 км.

[5] Підняття поверхні геоїда на 10 см відгукується зміною значення Δg аномалії Буге на 0.02 мГал, а на 1 м – в 0.2 мГал.

поверхню еліпсоїда (відсутні від'ємні ундуляції геоїда), що не завжди відповідає дійсності (рис. 6).

Через це необхідно врахувати як величини відхилення геоїда від еліпсоїда, так і напрям таких відхилень. Відхилення прямовисної лінії (напрямів реального (з геоїда) і нормального (з еліпсоїда) поля сили тяжіння[6]) зумовлене складністю фігури і внутрішньої будови Землі. Для його обчислення використовують просторовий розподіл аномального поля Δg на референц-еліпсоїді, отриманий за даними супутникової гравіметрії чи обчислений за моделлю EGM-96. В [17] згадано методику розрахунку відхилення прямовисної лінії на основі методу лінійних інтегральних зображень. Аномальне гравітаційне поле на будь-якому рівні відновлюють методом S-апроксимацій, заснованим на зображенні гармонічних функцій Δg сумою потенціалів простого і подвійного шару на горизонтальній площині та вирішенні відповідної системи лінійних рівнянь методами Лаврентьєва і Страхова. При розрахунку такого відхилення в гірській місцевості слід враховувати вплив пересіченого рельєфу.

Для аналізу високочастотних впливів з метою вирішення інженерно-геологічних, екологічних чи пошукових задач доцільніше використовувати не аномалії геоїда, а відповідним чином трансформовані з них карти градієнтів сили тяжіння. Однак, при цьому необхідно враховувати міру області трансформації: згідно [18], розв'язки відповідних граничних задач для градієнтів сили тяжіння (як і для їх модулів, якими, по-суті, є гравіметричні дані) визначаються в локальній області з точністю до сталої – функції від розмірів і форми області, а критерії для "склейки" таких розв'язків відсутні. З огляду на це в [18] розроблено нелінійний ітераційний алгоритм на основі вирішення послідовності граничних задач, який можна адаптувати і для градієнтів, трансформованих з аномалій геоїда. В той же час, ігнорування поправок за ундуляції геоїда (непрямих ефектів) в мінерально-сировинних дослідженнях може призвести до помітних похибок у визначенні варіацій $\delta\Delta g$ в районі досліджень. Щоб розрахувати глобальну модель варіацій сили тяжіння, спричинених непрямими ефектами, слід мати в розпорядженні точну модель аномалій геоїда, що наразі нам недоступно (перерахунок з моделі гравітаційного поля EGM-96 вимагає величезних чисельних потужностей).

Щоб оцінити вплив ефектів (надзвичайно малих порівняно з іншими), пов'язаних з динамікою руху планети, на варіації $\delta\Delta g$, скористаємось окремими положеннями роботи [14].

В контексті взаємозв'язку збурень електричного та магнітного полів Землі зі збуреннями поля сили тяжіння в роботі [14] введено поняття повної енергії тіла, варіації якої можна фіксувати і використовувати як неявних передвісників землетрусів, як це має місце з пертурбаціями іоносфери. При всій спірності цього тезису (хоча ідеї про спільну природу гравітації та електромагнетизму витають в повітрі, про що свідчить хоч праця [19]), там є раціональне зерно. Зокрема, запропоновано описувати часові зміни гравітаційного поля в термінах релятивістських варіацій повної енергії збуреного тіла. Застосуємо їх для опису зовнішнього гравітаційного поля Землі. Зовнішнє поле сили тяжіння земного еліпсоїда фактично визначають чотири параметри *a, r, f, ω,* які входять в рівняння нормального потенціалу сили тяжіння з урахуванням центробіжного потенціалу. Згідно прийнятих нами позначень це рівняння матиме вигляд:

$$V(r)=\frac{f}{r}\left[1+\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{a}{r}\right)^{n}P_{nm}(\cos\phi)\left(C_{nm}\cos m\lambda+S_{nm}\sin m\lambda\right)\right]+\frac{\omega^{2}}{2}r^{2}\sin^{2}\phi,\qquad(3)$$

[6] Величину відхилення геоїда від референц-еліпсоїда враховує поправка Брунса-Жонголовича, що вноситься в значення сили тяжіння.

де r – радіус-вектор (відстань до поверхні планети), f – гравітаційна стала, a – екваторіальний радіус, ω – кутове прискорення, $\omega = 7292115 \cdot 10^{-11}$ рад/с. Величину релятивістського збільшення маси (дефект мас) тіла в нормальному полі сили тяжіння визначає вираз

$$\delta m = \frac{m_{0g}}{c^2}\left[\frac{f}{r}\left[1+\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{a}{r}\right)^n P_{nm}(\cos\phi)\left(C_{nm}\cos m\lambda + S_{nm}\sin m\lambda\right)\right]+\frac{\omega^2}{2}r^2\sin^2\phi\right], \tag{4}$$

де m_{0g} – маса тіла, що вільно падає. Величину релятивістського збільшення повної енергії тіла в нормальному гравітаційному полі задає вираз:

$$\delta E = m_{0g}\left[\frac{f}{r}\left[1+\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{a}{r}\right)^n P_{nm}(\cos\phi)\left(C_{nm}\cos m\lambda + S_{nm}\sin m\lambda\right)\right]+\frac{\omega^2}{2}r^2\sin^2\phi\right] = m_{0g}V(r) \tag{5}$$

Відповідні величини з урахуванням значення нормального потенціалу визначаються формулами:

$$\delta m = \iiint \frac{\rho(\vec{r})}{c^2}\left[\frac{f}{r}\left[1+\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{a}{r}\right)^n P_{nm}(\cos\phi)\left(C_{nm}\cos m\lambda + S_{nm}\sin m\lambda\right)\right]+\frac{\omega^2}{2}r^2\sin^2\phi\right]d\omega,$$

$$\delta E = \iiint_V \rho(\vec{r})\left[\frac{f}{r}\left[1+\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{a}{r}\right)^n P_{nm}(\cos\phi)\left(C_{nm}\cos m\lambda + S_{nm}\sin m\lambda\right)\right]+\frac{\omega^2}{2}r^2\sin^2\phi\right]d\omega. \tag{6}$$

При підйомі речовини в полі сили тяжіння на висоту h повна енергія ΔE_h зменшується, згідно формули:

$$\delta E = \iiint_V \rho(\vec{r})\left[\frac{fM}{r+h}\left[1+\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{a}{r}\right)^n P_{nm}(\cos\phi)\left(C_{nm}\cos m\lambda + S_{nm}\sin m\lambda\right)\right]+\frac{\omega^2}{2}(r+h)^2\sin^2\vartheta\right]d\omega.$$

Часові варіації поля сили тяжіння в певній ділянці геоїда неминуче призводять до змін повної енергії речовини літосфери, а також атмосфери й іоносфери, тобто зміни електромагнітних властивостей речовини земної кори, як зазначає автор [19]. Врахування таких варіацій необхідне для якомога повнішого опису реальних густинних неоднорідностей, що є підґрунтям для створення найоптимальнішої чисельно-аналітичної моделі гравітаційного поля Землі. Чим достовірніше збудована така модель, тим якісніше можна буде виділяти аномалії гравітаційного поля і прослідкувати їх динаміку. Таким чином, при розрахунках точкових мас Δm за формулою (2) потрібно враховувати поправки δm за виразом (6).

Нам видається слушним зробити тут кілька зауважень. По-перше, використати повною мірою фундаментальний прояв зовнішнього гравітаційного поля планети, що проявляється у збільшенні її повної маси і повної енергії в полі сили тяжіння на даному етапі не представляється можливим з суто технічних міркувань та відсутності достатньої кількості надійних вимірів абсолютних значень поля сили тяжіння. По-друге, величина флуктуацій повної енергії на невеликих площах буде співмірна з похибками спостережень, і в районах високоградієнтного поля не матиме геологічної змістовності. Точніші оцінки такого внеску ще потрібно буде здійснити, розрахувавши їх за даними цифрової моделі поля для прийнятого в нас референц-еліпсоїда Красовського. Використати з цією метою наявні у відкритому доступі дані супутникової альтиметрії безпосередньо теж неможливо через різницю референц-поверхонь та відповідних їм формул розрахунку аномалій сили тяжіння. На відміну від еліпсоїда Красовського, в онлайнових базах даних альтиметрії використано квазігеоїд

WGS-84, нормальну силу тяжіння для якого обчислюють за формулою:

$$\gamma_0=\frac{978032.67714\cdot\left(1+0.00193185138639\cdot\sin^2\phi\right)}{\sqrt{1-0.00669437999013\cdot\sin^2\phi}}.$$

Розходження значень γ_0, отриманих за цією формулою, зі значеннями, отримуваними за формулою Гельмерта, $\gamma_0=978030\cdot\left(1+0.005302\cdot\sin^2\phi-0.000007\cdot\sin^2 2\phi\right)-14$, досягають 17.46-17.59 мГал для широт 68º-72º, причому це розходження є функцією широти й довготи[7] одночасно (рис. 7). Такий перерахунок в рамках сучасних ГІС не представлятиме труднощів, якщо будуть відомі параметри зв'язку поверхонь відносності. Нам такі параметри поки що недоступні, тоді як технологія перетворення координат в різних геодезичних системах представлена в мережі інтернет, зокрема [20], і є спрощеним варіантом програмного забезпечення для систем навігації [21].

Висновки. Практично обґрунтована можливість уточнення параметрів локальних ділянок геоїда та параметрів точкових джерел глибинних густинних неоднорідностей за формулами (2), (6) з характеристик гравітаційного поля Землі (1) та аномалій геоїда, отриманих за даними супутникової гравітаційної зйомки. В окремих випадках можна використовувати спрощену формулу (2') для обчислення граничних значень мас (апріорних обмежень) на заданій площі.

Проілюстровано відображення глобальної симетрії та антисиметрії розподілу континентів та океанів в симетрії розподілу компонент аномалій геоїда та елементів глобальної тектоніки.

Список літератури

1. Справочник геодезиста: В 2-х кн. Кн. 1 / Под ред. *В.Д. Большакова, Г.П. Левчука*. – 3-е изд. – М.: Недра, 1985. – 455 с.
2. *Weightman J.A.* Gravity, geodesy and artificial satellites: a unified analytical approach/ The Use Artif. Satellites for Geodesy // Publ. Nat. Techn. Univ. Atens. – 1967. – 2. – P. 467-486.
3. *Торге В.* Гравиметрия: Пер. с англ. – М.: Мир, 1999. – 462 с.
4. *Lemoine, F.G., Kenyon, S.C., Trimmer, R., Factor, J., Pavlis, N.K., Klosco, S.M., Chinn, D.S*. EGM96 The NASA GSFS and NOMA joint geopotential model // NASA Tech. Memorandum, 1997.
5. *Li Xiong, Götze Hans-Jürgen*. Ellipsoid, geoid, gravity, geodesy, and geophysics // Geophysics. – 2001. – 66, № 6. – P. 1660-1668.
6. *Smith D.A.* There is no such thing as the EGM96 geoid: subtle points on the use of a global geopotential model // IgeS Bulletin № 8. – International Geoid Service. – Milan, 1998. – P. 17-28.
7. *Тараканов Ю.А., Черевченко Т.Н.* Интерпретация крупнейших гравитационных аномалий Земли // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. – 1979, № 4. – С. 25-42.
8. *Reigber, Ch., Jochmann, H., Wünsch, et others.* Earth gravity field and seasonal variability from CHAMP // в кн. Reigber, Ch., Lühr, H., Schwintzer, P., Wickert, J. (ред.). Earth observation with CHAMP – results from three years in orbit. Berlin: Springer, 2004. – С. 25-30. http://op.gfz-potsdam.de/champ/results/grav/010_eigen-champ03s.html
9. *Reigber C., Schmidt R., Fletcher F., König R., Meyer U., Neumayer K.H., Schwintzer P., Zhu S.Y.* An Earth gravity field model complete to degree and order 150 from GRACE: EIGEN-GRACE02S // Journal of Geodynamics. – 2005b. – V. 39. – P. 1-10.
10. *Кабан М.К., Гайгбер К.* Новые возможности гравитационного моделирования с использованием данных спутников CHAMP и GRACE // Физика Земли. – 2005, № 11. – С. 101-109.
11. Visualization of Geoid Models and Model Differences // http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/potato/Potato.html
12. *Шумаков Ф.Т.* Об использовании в моделях мироздания свойств полной энергии вещества в возмущенном гравитационном поле // Sententiae: наук. праці Спілки дослідн. модерної філософії (Паскалівського товар-ва). Спецвип. 2.

[7] Власне кажучи, широта й довгота однієї і тієї ж точки на двох вказаних еліпсоїдах буде різною, в чому можна легко переконатись, задавши, наприклад, в координатному калькуляторі ГІС ERDAS Imagine для вхідних і вихідних даних одну й ту ж проекцію, але різні еліпсоїди.

Дніпропетр.: Пороги, 2005. – С. 170-184. http://www.bazaluk.com/texts/sententiae_2_20-05.htm
13. *Довбнич М.М.* Разночастотные составляющие аномалий геоида, их структура и природа // Геофиз. журн. – 2007. – **29**, № 5. – С. 201-211.
14. *Казанский Б.А.* Батиметрический анализ океанов: Автореф. дис... д-ра геогр. наук. 25.00.28. – Владивост.: ТОИ ДВО РАН, 2007. – 42 с.
15. *Козленко Ю.В.* Комплексное использование ундуляций геоида и аномалий силы тяжести для плотностного моделирования // Геофиз. журн. – 2005. – **27**, № 6. – С. 1043-1045.
16. *Barthelmes F.* Low-pass filtering of gravity field models by gently cutting the spheric garmonic coefficients of higher degrees // Journal of Geodynamics. – 2005b. – V. 39. – P. 307-309.
17. *Степанова И.Э.* Вычисление уклонений отвесной линии и превышений геоида в некоторых районах Атлантики с применением метода линейных интегральных представлений // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравиметрических, магнитных и электрических полей, Ухта, 29.01-3.02.2008 г.: Мат. 35-й сессии Межд. семинара им. Д.Г. Успенского. – Ухта: УГТУ, 2008. – С. 293-294.
18. *Якимчик А.І.* Гранична задача відновлення потенціалу за значеннями модуля його градієнта: Автореф. дис... канд. фіз.-мат. наук. 04.00.22. – Київ: ІГФ, 2001. – 15 с.
19. *Карпенко В.Н.* О единой природе гравитации и электромагнетизма // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей, Ухта, 29.01-3.02.2008 г.: Мат. 35-й сессии Межд. семинара им. Д.Г. Успенского. – Ухта: УГТУ, 2008. – С. 108-111.
20. http://www.ngs.noaa.gov/Geiod/Research_Software/research_software.html
21. *Комаровский Ю.А.* Использование различных эллипсоидов в судовождении. Уч. пос. Изд. 2-е. – Владивосток: Мор. гос. ун-т, 2005. – 341 с.

Перелік підписів під малюнками:

Рис. 1. Картографічна модель даних GRACE (GGM01) розподілу гравітаційних аномалій на поверхні Землі 4 квітня 2002 р. та через 363 дні.

Рис. 2. Мережа 15´×15´ ундуляцій геоїда (діапазон від -107÷85 м) за моделлю поля EGM96 відносно еліпсоїда WGS-84 [5].

Рис. 3. Коса рівно площинна проекція Ламберта земного рельєфу з центром в точці y+ (35˚ пн. ш. і 140˚ сх. д.) з елементами симетрії-антисиметрії в розподілі континентів і океанів: P – площина тектонічного екватора, P' – площина анти симетрії (заливкою виділено Тихоокеанський тектонічний пояс, пунктиром – осі серединно-океанічних хребтів, ортогональних до тектонічного екватора) – а); вигляд 3-х основних кругів симетрії-антисиметрії в прямокутній проекції Меркатора – б) [14].

Рис. 4. Основні елементи симетрії-антисиметрії земного рельєфу, накладені на високо-, середньо- і низькочастотну складові аномалій геоїда [13] та схему основних тектонічних елементів Землі.

Рис. 5. Зміни геоїда після землетрусу на Суматрі (підвищення вказано червоним, а опускання поверхні геоїда – синім кольором.

Рис. 6. Співвідношення поверхонь Землі, геоїда, еліпсоїда (топографія суші, батиметрія океану)

Рис. 7. Розходження координат в різних системах відліку: положення точки *A* щодо двох еліпсоїдів в просторі (а) та на прямокутній картографічній проекції (б).

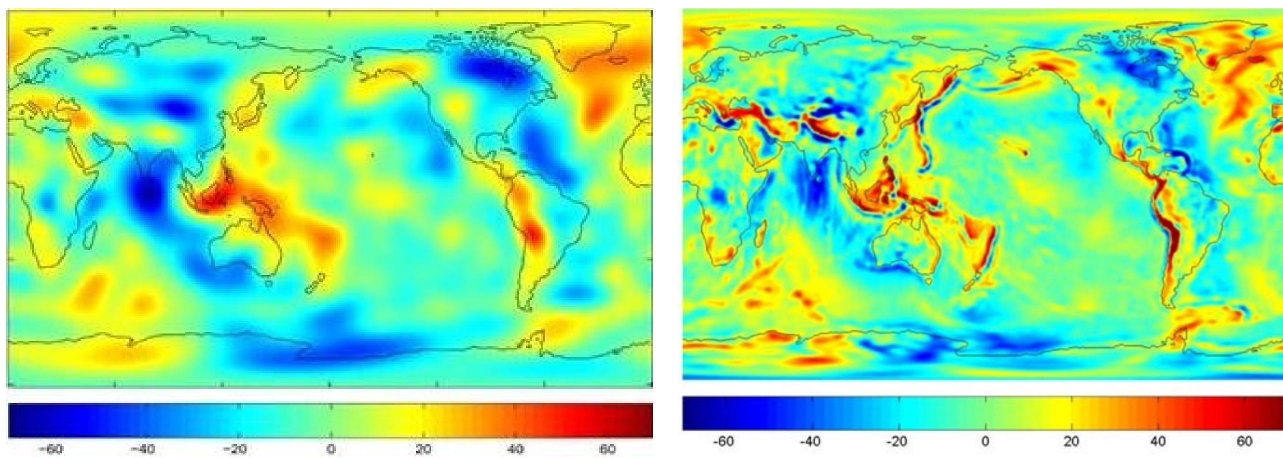
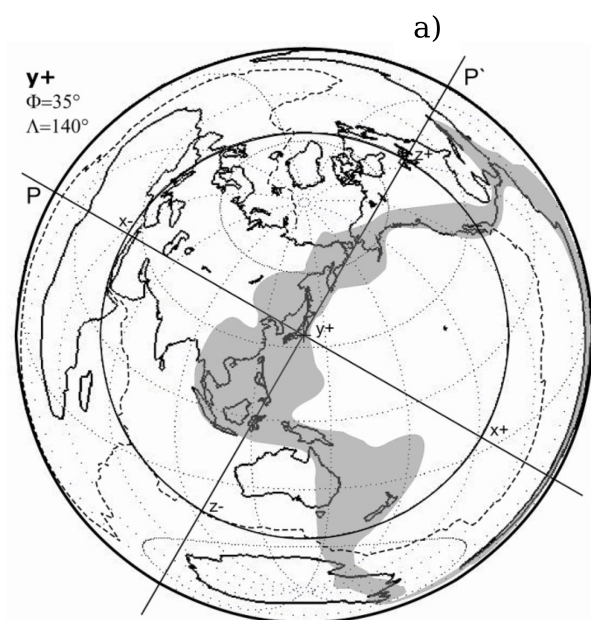


Рис. 1.

Рис. 2.

а) б)



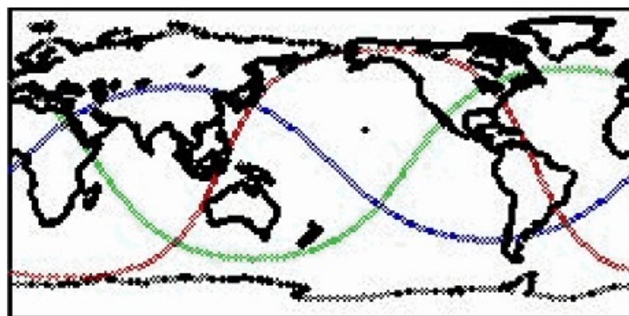


Рис. 3.

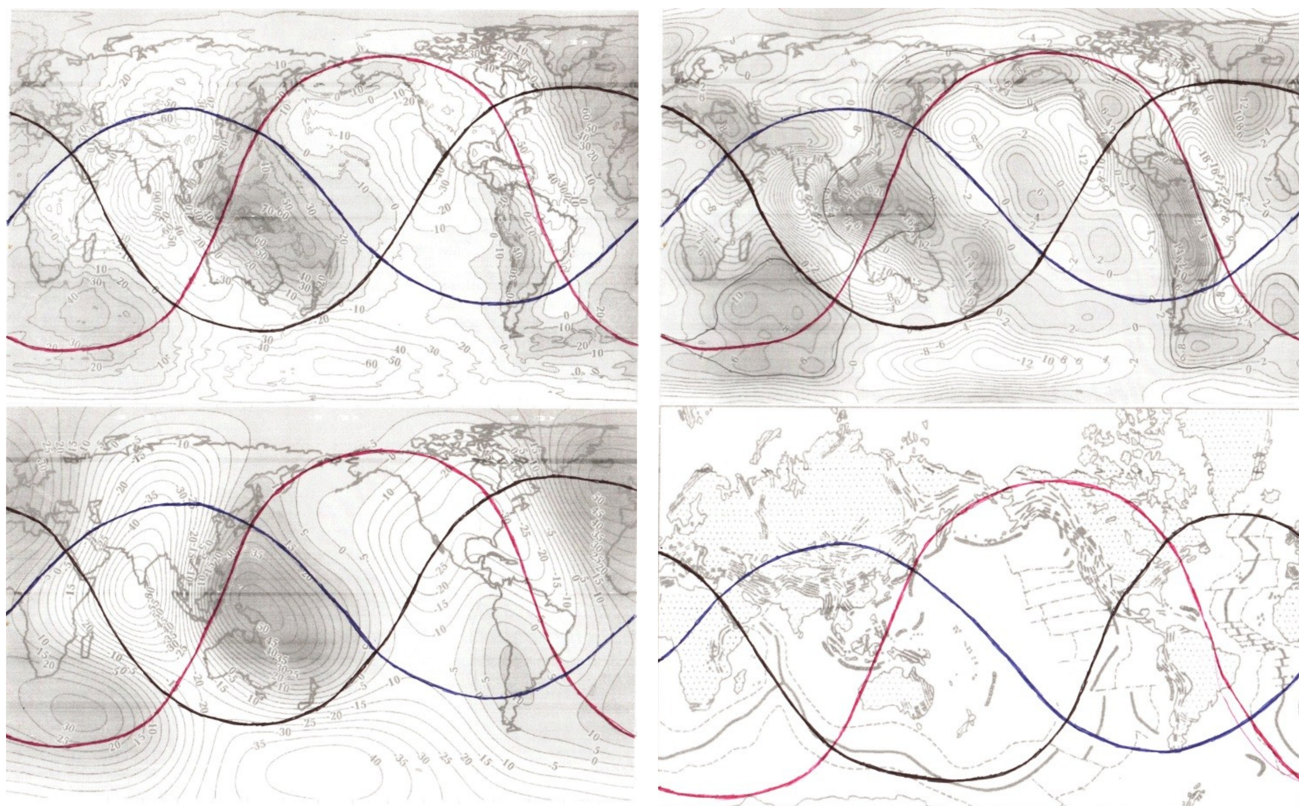


Рис. 4.

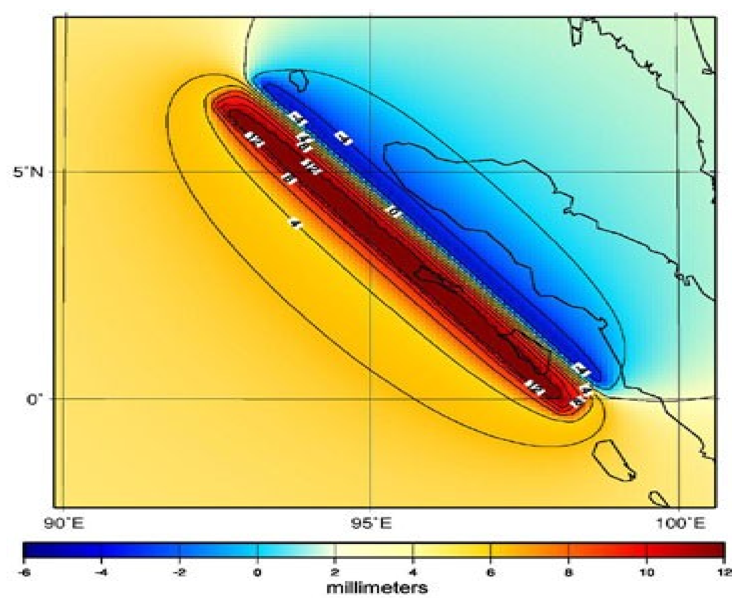


Рис. 5.

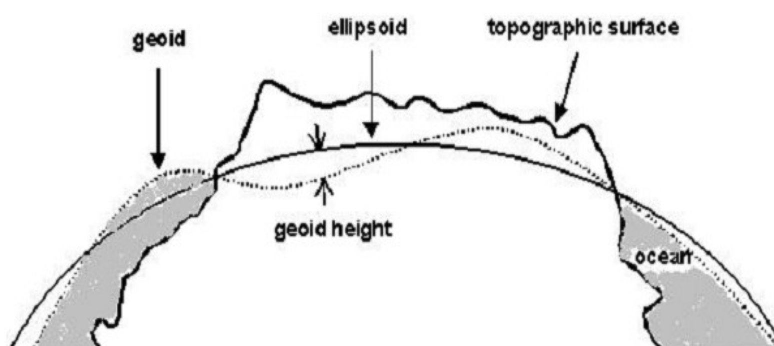


Рис. 6.

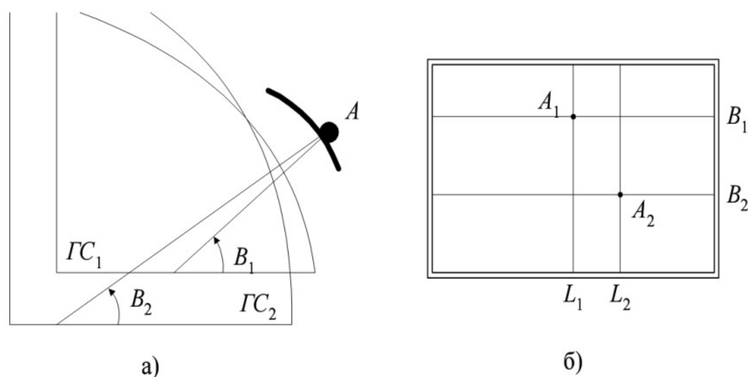


Рис. 7.

Відомості про автора

Адреса місця роботи: пр. Палладіна, 32, м. Київ, Україна, 03142

Інститут геофізики ім.. С.І. Суботіна НАН України, тел. (044) 424-2052 (р., відділ ГПЗіГ)

П.І.Б., наукове звання: ***Дубовенко Юрій Іванович***, к.ф.-м.н.

Посада: н.с. відділу глибинних процесів Землі і гравіметрії (ГПЗіГ)

Контакти: тел. моб.: +38(097) 8284564, +38(093) 8579204

ел. пошта: dubovenko@igph.kiev.ua